

30^e Championnat International
des Jeux Mathématiques et Logiques



Finale régionale du 21 mai 2016

Diapo**RAMA** des solutions

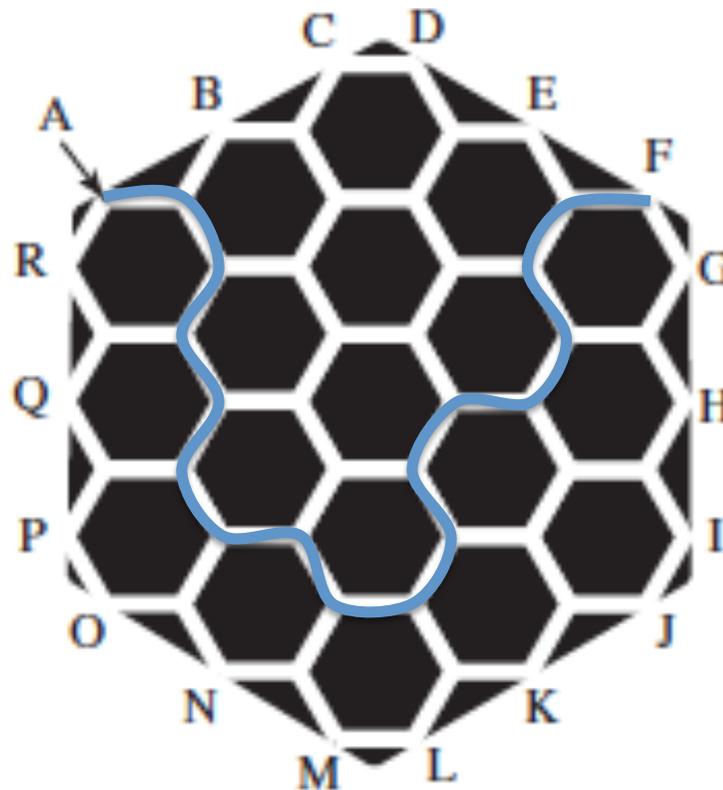
Problème 1 – Six additions

	$\begin{array}{r} 21 \\ +31 \\ \hline 52 \end{array}$	$\begin{array}{r} 53 \\ +89 \\ \hline 142 \end{array}$	$\begin{array}{r} 45 \\ +69 \\ \hline 114 \end{array}$	$\begin{array}{r} 29 \\ +18 \\ \hline 47 \end{array}$	$\begin{array}{r} 33 \\ +51 \\ \hline 84 \end{array}$	$\begin{array}{r} 53 \\ +18 \\ \hline 71 \end{array}$
x 2	104	284	228	94	168	142

- Réponse : **142**

Problème 2 – Le labyrinthe

- Réponse : **F**



Problème 3 – Un peu de logique

- Victor affirme « J'ai 14 ans » et Fabienne déclare « Victor a aussi 13 ans » sont contradictoires
- Victor affirme « Fabienne a 12 ans » et Fabienne déclare « J'ai 13 ans » sont contradictoires
- Il y a au maximum $6 - 2 = 4$ affirmations vraies
- C'est possible
si Victor a 14 ans (il ment sur l'âge de Fabienne, et elle sur celui de Victor)
ou si Victor a 13 ans (il ment sur son âge, et elle sur le sien)
- Réponse : **4**

Problème 4 – La monnaie de Maths-Pays

- Il faut un nombre impair de pièces de 5 centimes et, selon les cas, un nombre impair ou pair de pièces de 50 centimes

5	1	1	1	3	3	3	5	7	7	7	≥ 9
20	0	0	5	2	2	7	4	1	1	6	
50	3	1	1	2	0	0	1	2	0	0	
100	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	
Nombre de pièces	4	3	7	7	6	10	10	10	9	13	

- Réponse : **8**

Problème 5 – La multiplication

- Il n'y a pas de retenue
- 1, 6 ou 9 x 6 donneraient 6, 36 ou 54
- Il ne faut pas de retenue
- 9 x 6 donnerait le chiffre des unités 4
- Réponse : **12096**

$$\begin{array}{r} \times \quad \underline{20} \quad _ _ \\ \hline = \underline{1} \underline{2} 0 \quad _ _ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 612 \\ 619 \\ \hline 619 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times \quad \underline{201} \quad _ \\ \hline = \underline{1} \underline{2} 0 \quad _ _ \end{array}$$

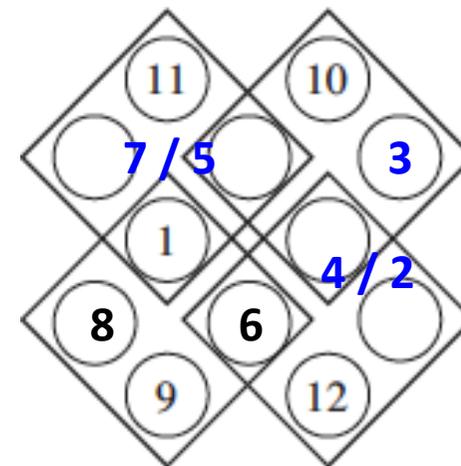
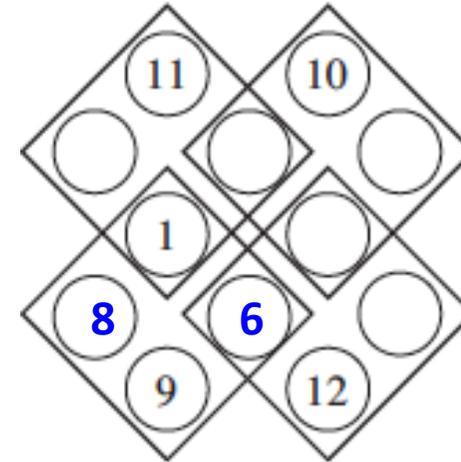
$$\begin{array}{r} 612 \\ 619 \\ \hline 619 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times \quad \underline{2016} \\ \hline = \underline{1} \underline{2} 0 \underline{9} \underline{6} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 612 \\ 619 \\ \hline 619 \end{array}$$

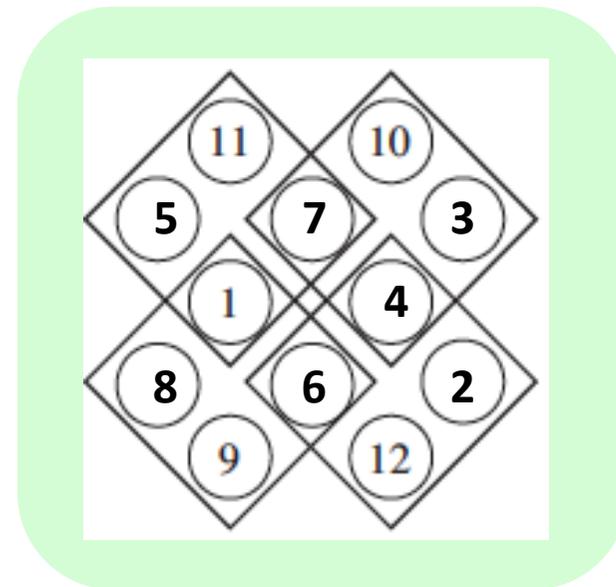
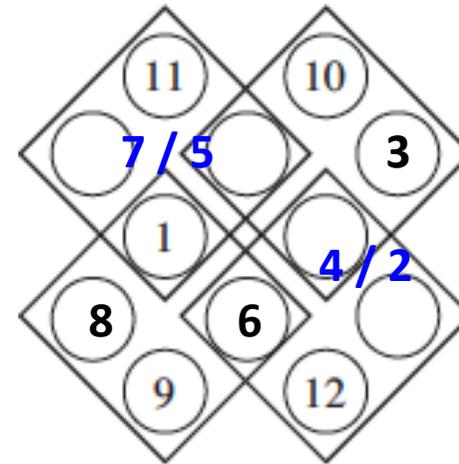
Problème 6 – Les quatre carrés

- Dans le carré avec 1 et 9, il manque 14, donc 8 et 6
- 8 n'est pas dans le carré avec 12 car le total y serait au moins 25
- Dans le carré avec 6 et 12, il manque 6, donc 4 et 2
- Dans le carré avec 1 et 11, il manque 12, donc 7 et 5
- Il reste 3



Problème 6 – Les quatre carrés

- Dans le carré avec 3 et 10, il manque 11, donc 7 et 4
- *La configuration est unique*



Problème 7 – Le chronomètre



Nombre de barrettes	6	2	5	5	4	5	6	3	7	6
Chiffre moins ce nombre	-6	-1	-3	-2	0	0	0	+4	+1	+3

- Le 1 doit être avec le 8, ce qui donne 18 secondes
- Le 2 doit être avec le 9, ce qui donne 29 secondes
- Les 4, 5 et 6 donnent 44, 45, 46, 54, 55 et 56 secondes
- Réponse : **8**

Problème 8 – Un zéro en plus

- Soit AB le nombre à deux chiffres
- Le deuxième nombre est A0B
- Le résultat est $A0B - AB = 90 A$
- $A = 270 / 90 = 3$
- Réponse : **3**

Problème 9 – Un carré semi-magique

- Si 9 est au centre, il manque 6 à l'horizontale et à la verticale, soit, dans une direction, 1 et 5, et, dans l'autre, 2 et 4
- Restent 3, 6, 7 et 8 qui donnent la somme $9 + 9 + 3 + 6 + 7 + 8 = 42$
- C'est possible (18 et 24)

- Si 8 est au centre, la somme est au plus $8 + 8 + 5 + 6 + 7 + 9 = 43$
- La configuration est impossible car 9 est aligné avec 6 ou 7
- Si au plus 7 est au centre, la somme est au plus $7 + 7 + 5 + 6 + 8 + 9 = 42$

- Réponse : **42**

6	2	7
1	9	5
8	4	3

Problème 10 – Somme des chiffres

- Le deuxième nombre est au plus $9 + 9 + 9 + 8 = 35$
- Le troisième nombre est au plus $2 + 9 = 11$
- Ce n'est pas 2 car les quatre nombres sont différents, c'est 11
- Le deuxième nombre est 29

- Le premier nombre a trois 9 et un 2, trois 8 et un 5 ou trois 7 et un 8

- **12 réponses :**
2999, 5888, 7778, 7787, 7877, 8588, 8777, 8858, 8885, 9299, 9929 ou 9992

Problème 11 – Le ferry

- Soit T le temps de la traversée, en heures
- $(T + 0,5)/2 + (T + 0,5)/(2 \times 1,25) = T$
- $T + 0,5 = 5$
- $T = 4,5$
- Réponse : **4 h 30**

Problème 12 – Cinq nombres à trouver

- Soient $a < b < c < d < e$ les cinq nombres
- Pour sûr, $a + b + c = 3$, $a + b + d = 4$, $b + d + e = 15$ et $c + d + e = 17$
- Les cinq nombres sont $1 - 2b$, b , $b + 2$, $b + 3$ et $12 - 2b$
- Les six autres sommes sont 6 , $13 - 3b$, $15 - 3b$, $16 - 3b$, $3b + 5$ et 14
- $b = 2$ permet de retrouver les sommes 7 , 9 , 10 et 11
- Les cinq nombres sont -3 , 2 , 4 , 5 et 8
- Réponse : **-3 et 8**

Problème 13 – Sommet interplanétaire

- Soit T le nombre de terriens
- Le nombre de martiens est $T + 6$
- Soit D le nombre de doigts par martien

- $(T + 6)(D + 10) = 20T - 1$
- $(T + 6)(10 - D) = 121 = 11^2$
- $10 - D = 1$, soit $D = 9$, et $T + 6 = 121$, soit $T = 115$
- $115 + (115 + 6) = 236$

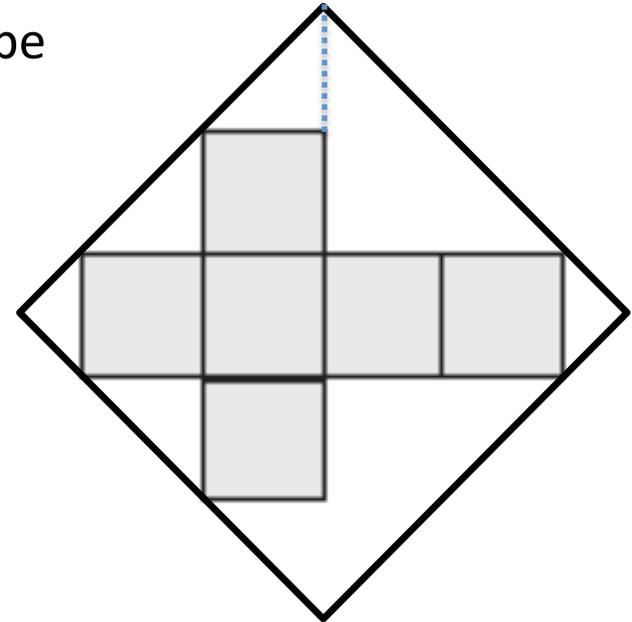
- Réponse : **236**

Problème 14 – Sommes de deux premiers

- Pour raison de parité, 2 n'est dans aucune décomposition du nombre
- Celui-ci est un nombre pair au moins égal à $3 + 47$ (le 14^{ème}) = 50
- On trouve :
- $78 = 5+73 = 7+71 = 11+67 = 17+61 = 19+59 = 31+47 = 37+41$ (en 7)
- $84 = 5+79 = 11+73 = 13+71 = 17+67 = 23+61 = 31+53 = 37+47 = 41+43$ (en 8)
- $90 = 7+83 = 11+79 = 17+73 = 19+71 = 23+67$
 $= 29+61 = 31+59 = 37+53 = 43+47$ (en 9)
- $96 = 7+89 = 13+83 = 17+79 = 23+73 = 29+67 = 37+59 = 43+53$ (en 7)
- 4 réponses : **78, 84, 90 et 96**

Problème 15 – Le patron de cube

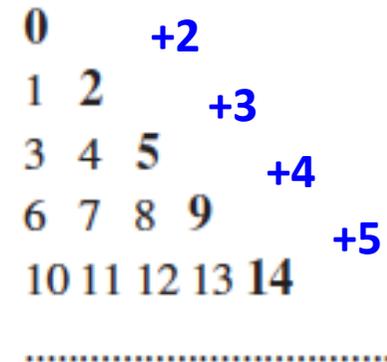
- Soient c et c' les premier et second côtés de cube
- Le côté de la feuille est $4c$
- $5c'\sqrt{2}/2 = 4c$
- $c'/c = 4\sqrt{2}/5 \approx 1,1312$
- Réponse : **13 %**



Problème 16 – Pyramide de nombres

- $(S(N+1) - S(N)) - (S(N) - S(N-1)) = N + 1$
- $S(N)$ est un polynôme de degré 3 en N

- $S(N) = (N-1)(aN^2 + bN + c)$ car $S(1) = 0$
- $a = 1/6$ car $S'''(N) = 1$
- $S(2) = 2$ donne $2b + c = 4/3$
- $S(3) = 7$ donne $6b + c = 4$
- $b = 2/3$ et $c = 0$
- $S(N) = (N-1)N(N+4)/6$

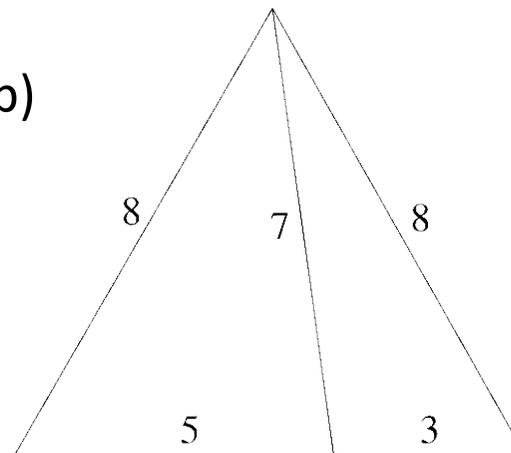
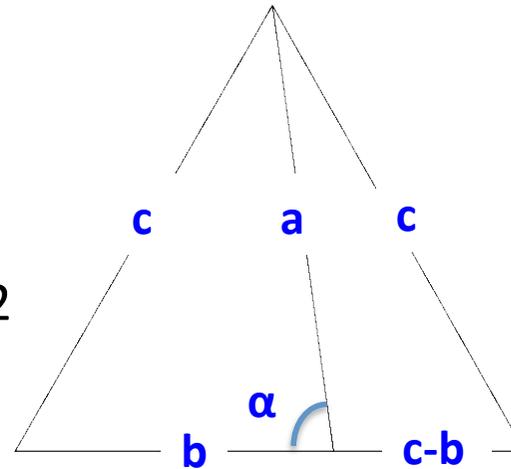


- *On vérifie que $S(4) = 16$ et $S(5) = 30$*
- $S(100) = 99 \times 100 \times 104 / 6 = 171600$

- Réponse : **171600**

Problème 17 – Un triangle en deux

- Par symétrie, on suppose $b > c/2$
- $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$
- $c^2 = a^2 + (c-b)^2 + 2a(c-b)\cos\alpha$
- En éliminant $\cos\alpha$, $a^2 = b^2 + c(c-b)$



c	b	$b^2 + c(c-b)$
3	2	7
4	3	13
5	3	19
5	4	21
6	4	28
6	5	31
7	4	37
7	5	39
7	6	43
8	5	$49 = 7^2$

- Réponse : **8**

Problème 18 – Casse-baguette

- On cherche d'abord la probabilité de ne pas pouvoir pour N morceaux
- C'est N fois celle que le morceau x_N soit au moins la somme des N-1 autres
- $x_1 + x_2 + \dots + x_{N-2} + x_{N-1} \leq x_N = 1 - (x_1 + x_2 + \dots + x_{N-2} + x_{N-1})$
- $x_{N-1} \leq 1/2 - x_1 - x_2 - \dots - x_{N-2}$
- Sur le domaine $x_{N-1} \leq 1 - x_1 - x_2 - \dots - x_{N-2}$

Problème 18 – Casse-baguette

- En faisant, au numérateur, les changements de variable du simple au double :

$$\frac{\int_0^{1/2} \int_0^{1/2} \dots (1/2 - x_1 - x_2 - \dots - x_{N-2}) dx_1 dx_2 \dots dx_{N-2}}{\int_0^1 \int_0^1 \dots (1 - x_1 - x_2 - \dots - x_{N-2}) dx_1 dx_2 \dots dx_{N-2}} = 1/2^{(N-1)}$$

- La probabilité de pouvoir est $1 - N/2^{(N-1)}$ (demandée pour $N = 7$)
- On retrouve respectivement $1/4$ et $1/2$ pour 3 et 4
- Réponse: **57/64**