

Ex 18 L'année porte-bonheur.

Version rapide mais roublarde :

Pour chercher une expression de u_n on cherche à résoudre avec une suite géométrique q^n . On a $q^4 = q^3 + q^2 + q + 1$.

Étudions les zéros de la fonction $f(q) = q^4 - q^3 - q^2 - q - 1$.

Ex 18 L'année porte-bonheur.

Version rapide mais roublarde :

Pour chercher une expression de u_n on cherche à résoudre avec une suite géométrique q^n . On a $q^4 = q^3 + q^2 + q + 1$.

Étudions les zéros de la fonction $f(q) = q^4 - q^3 - q^2 - q - 1$.

$f(-2) = 21$ $f(-1) = 1$ $f(0) = -1$ $f(1) = -3$ $f(2) = 1$ $f(3) = 41$.

Nous avons deux zéros q_1 entre 1 et 2 et q_2 entre -1 et 0.

Supposons qu'il y ait 2 solutions complexes $q_3 = a + ib$ et $q_4 = a - ib$

$q_1 + q_2 + q_3 + q_4 = 1$ donc $q_1 + q_2 + 2a = 1$ or $0 < q_1 + q_2 < 2$ donc $0 < 1 - 2a < 2$ d'où $-0,5 < a < 0,5$.

Ex 18 L'année porte-bonheur.

Version rapide mais roublarde :

Pour chercher une expression de u_n on cherche à résoudre avec une suite

géométrique q^n . On a $q^4=q^3+q^2+q+1$.

Étudions les zéros de la fonction $f(q)=q^4-q^3-q^2-q-1$.

$f(-2)=21$ $f(-1)=1$ $f(0)=-1$ $f(1)=-3$ $f(2)=1$ $f(3)=41$.

Nous avons deux zéros q_1 entre 1 et 2 et q_2 entre -1 et 0.

Supposons qu'il y ait 2 solutions complexes $q_3=a+ib$ et $q_4=a-ib$

$q_1+q_2+q_3+q_4=1$ donc $q_1+q_2+2a=1$ or $0<q_1+q_2<2$ donc $0<1-2a<2$ d'où $-0,5<a<0,5$.

$u_n=c.q_1^n+d.q_2^n+e.q_3^n+f.q_4^n$.

$\text{abs}(q_1)>1$; $\text{abs}(q_2)<1$ et $\text{abs}(a)<1$. Donc pour n grand, u_n est de la taille de $c.q_1^n$.

Ex 18 L'année porte-bonheur.

Version rapide mais roublarde :

Pour chercher une expression de u_n on cherche à résoudre avec une suite

géométrique q^n . On a $q^4=q^3+q^2+q+1$.

Étudions les zéros de la fonction $f(q)=q^4-q^3-q^2-q-1$.

$f(-2)=21$ $f(-1)=1$ $f(0)=-1$ $f(1)=-3$ $f(2)=1$ $f(3)=41$.

Nous avons deux zéros q_1 entre 1 et 2 et q_2 entre -1 et 0.

Supposons qu'il y ait 2 solutions complexes $q_3=a+ib$ et $q_4=a-ib$

$q_1+q_2+q_3+q_4=1$ donc $q_1+q_2+2a=1$ or $0<q_1+q_2<2$ donc $0<1-2a<2$ d'où $-0,5<a<0,5$.

$u_n=c.q_1^n+d.q_2^n+e.q_3^n+f.q_4^n$.

$\text{abs}(q_1)>1$; $\text{abs}(q_2)<1$ et $\text{abs}(a)<1$. Donc pour n grand, u_n est de la taille de $c.q_1^n$.

Le nombre de chiffres d'un nombre N est donnée par la formule $\text{ent}(\log(N))+1$.

$\text{Log}(u_{2014})=\log(c)+2014 \times \log(q_1)$.

Ex 18 L'année porte-bonheur.

Version rapide mais roublarde :

Pour chercher une expression de u_n on cherche à résoudre avec une suite géométrique q^n . On a $q^4=q^3+q^2+q+1$.

Étudions les zéros de la fonction $f(q)=q^4-q^3-q^2-q-1$.

$f(-2)=21$ $f(-1)=1$ $f(0)=-1$ $f(1)=-3$ $f(2)=1$ $f(3)=41$.

Nous avons deux zéros q_1 entre 1 et 2 et q_2 entre -1 et 0.

Supposons qu'il y ait 2 solutions complexes $q_3=a+ib$ et $q_4=a-ib$

$q_1+q_2+q_3+q_4=1$ donc $q_1+q_2+2a=1$ or $0<q_1+q_2<2$ donc $0<1-2a<2$ d'où $-0,5<a<0,5$.

$u_n=c.q_1^n+d.q_2^n+e.q_3^n+f.q_4^n$.

$\text{abs}(q_1)>1$; $\text{abs}(q_2)<1$ et $\text{abs}(a)<1$. Donc pour n grand, u_n est de la taille de $c.q_1^n$.

Le nombre de chiffres d'un nombre N est donnée par la formule $\text{ent}(\log(N))+1$.

$\text{Log}(u_{2014})=\log(c)+2014\times\log(q_1)$.

La roublardise consiste à prendre 1,928 pour q_1 et 8,748 pour c puisque ce sont des valeurs données dans l'énoncé.

$\text{Log}(u_{2014})=\log(8,748)+2014\times\log(1,928)=0,942+2014\times 0,285=574,932\approx 575$.

$575+1=576$. Ce nombre a **576 chiffres**.