DEMI-FINALE 21 mars 2009

DÉBUT TOUTES CATÉGORIES

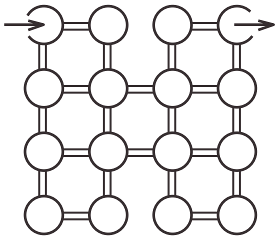
1 - L'ADDITION DE L'ANNÉE (coefficient 1)

Certains chiffres de cette addition ont été effacés.

À vous de les retrouver !

$$\begin{array}{rcccc} & \_ & \_ & 8 & \_ \\ + & & 7 & \_ & 6 \\ \hline = & 2 & 0 & 0 & 9 \end{array}$$

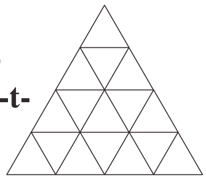
2 - LABYRINTHE (coef. 2)

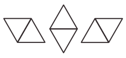


Mathias entre dans le labyrinthe par la salle située en haut et à gauche. Il doit en sortir en haut et à droite après avoir visité toutes les salles. Il peut emprunter certains des 22 couloirs, mais il n'a pas le droit de faire demi-tour ni de passer deux fois dans la même salle.

Dessinez son trajet.

3 - LES L◇SANGES (coefficient 3)



Combien la figure ci-contre compte-t-elle de losanges ( **), petits ou grands, entièrement dessinés ?**

4 - LE CALENDRIER DE MATHILDE (coef. 4)

Chaque matin du mois de mars, Mathilde écrit le numéro du jour, puis elle décrit les chiffres qui composent ce numéro de la façon suivante :

le 1er mars, elle écrit **1 --> 11** (un «1») ; le 2 mars, elle écrit **2 --> 12** (un «2») ; ... ; le 10 mars, elle écrit **10 --> 1110** (un «1» un «0») ; le 11 mars, elle écrit **11 --> 21** (deux «1») ; ...

Quel sera le jour où la description du numéro sera identique au numéro lui-même ?

5 - PARTAGE LITTÉRAL (coefficient 5)

Partagez le rectangle en quatre parties de même forme.

A	B	C	A	E
D	B	C	E	D
B	A	E	D	C
C	E	B	A	D

Chaque partie doit contenir chacune des cinq lettres A, B, C, D et E.

Note : deux parties sont de même forme si on peut les superposer, en retournant éventuellement l'une d'elles.

FIN CATÉGORIE CE

6 - LES QUATRE CARTES (coefficient 6)

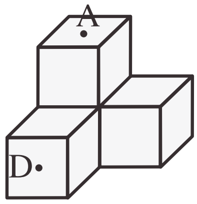
On sait que chacune de ces cartes porte d'un côté une lettre et de l'autre un chiffre.

1 A 2 Z

Mathias affirme à sa soeur Mathilde que si une carte porte un 1 sur une face, elle porte obligatoirement un A sur l'autre. Mathilde a un doute et décide de vérifier.

Quelles cartes doit-elle impérativement retourner pour être certaine que l'affirmation de son frère est vraie ?

7 - CIRCUIT SUR CUBES (coefficient 7)

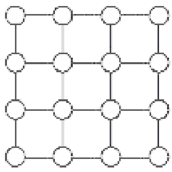


Mimi la puce part de D pour arriver en A. Elle saute du centre d'une face à celui d'une face adjacente sans passer deux fois par la même face. De plus, Mimi ne passe jamais par une face non visible sur le dessin.

De combien de façons Mimi peut-elle aller ainsi de D à A ?

Note : deux faces sont adjacentes si elles ont un côté commun.

8 - LES SEIZE DISQUES (coefficient 8)

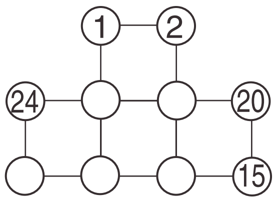


Coloriez le plus grand nombre possible de disques du dessin ci-contre de telle sorte qu'on n'ait jamais quatre disques coloriés aux sommets d'un carré, petit ou grand, dont les côtés sont horizontaux ou verticaux.

FIN CATÉGORIE CM

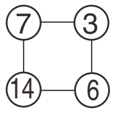
<u>Problèmes 9 à 18</u> : Attention ! Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions, et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).

9 - PRODUITS EN CROIX (coefficient 9)



Dans ce diagramme, on veut compléter les disques vides de façon à respecter les consignes suivantes :

- les dix nombres sont tous différents et le plus grand de ces dix nombres est 24 ;
- pour chaque petit carré, les deux « produits en croix » donnent le même résultat (voir l'exemple ci-contre où $7 \times 6 = 14 \times 3 = 42$.



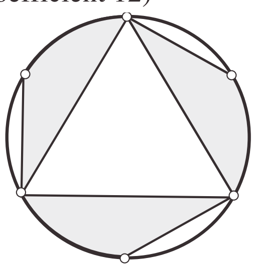
Complétez le diagramme.

10 - LES TROIS NOMBRES (coefficient 10)
Mathilde a écrit trois nombres entiers à 3 chiffres en utilisant tous les chiffres de 1 à 9. Elle additionne ces trois nombres et obtient 1575 comme résultat.
Mathias a écrit les mêmes trois nombres, puis il prend sa gomme et, dans chaque nombre, il échange le chiffre des dizaines et celui des unités. Il additionne alors les trois nouveaux nombres à 3 chiffres.
Quel résultat va-t-il obtenir ?

11 - LE TOURNOI D'ÉCHECS (coefficient 11)
Lors d'un tournoi d'échecs, chacun des participants a joué une partie avec chacun des joueurs présents et il n'y a eu aucune partie nulle.
Trois joueurs ont gagné exactement 4 parties, trois autres joueurs ont perdu exactement 7 parties et tous les autres joueurs ont perdu exactement 1 partie.
Combien de joueurs ont participé à ce tournoi ?

FIN CATÉGORIE **C1**

12 - COLORIAGE DU DISQUE (coefficient 12)
Mathilde a colorié un disque comme l'indique le dessin. Les points sont régulièrement espacés sur le cercle.
Quelle est l'aire de la zone coloriée en gris, sachant que l'aire totale du disque est de 314 cm^2 ? Si besoin est, on pourra prendre 3,14 pour π.



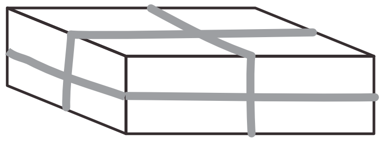
13 - QUADRILLAGE DU PLAN (coefficient 13)
Mathias a tracé plusieurs droites qui, deux à deux, sont toujours soit parallèles, soit perpendiculaires. Ces droites partagent le plan en un certain nombre de rectangles et de régions illimitées (ouvertes). Le nombre de rectangles est exactement le double du nombre de régions illimitées.
Combien de droites Mathias a-t-il tracées ?

14 - LES JETONS (coefficient 14)
Mathilde possède vingt jetons numérotés de 1 à 20 et vingt boîtes. Elle veut ranger ses jetons dans des boîtes de telle sorte que :
• toutes les boîtes utilisées (au moins deux) contiennent le même nombre de jetons ;
• la somme des numéros des jetons contenus dans chacune des boîtes utilisées soit toujours la même.
Combien de boîtes Mathilde utilisera-t-elle ?

FIN CATÉGORIE **C2**

15 - LE DIAMANT (coefficient 15)
La valeur d'un diamant est proportionnelle au carré de sa masse. Pendant sa taille, un magnifique diamant d'un valeur de 11 200 euros s'est cassé en deux diamants plus petits. Les deux petits diamants ensemble valent 4 200 euros de moins que le gros diamant initial.
Quel est le rapport de la masse du petit morceau à celle du gros morceau ? On donnera la réponse sous la forme d'une fraction irréductible.

16 - LE CADEAU (coefficient 16)
Pour la fête des mères, la maman de Mathilde et de Mathias reçoit un cadeau emballé dans une boîte en forme de parallélépipède rectangle, dont toutes les dimensions sont des nombres entiers de centimètres.



La longueur de la ficelle utilisée autour du paquet (sans compter les noeuds), exprimée en centimètres, est égale à la moitié de la mesure de la surface visible du papier d'emballage sur les six faces du paquet, exprimée en centimètres carrés.
Quelles sont les trois dimensions du paquet, rangées dans l'ordre croissant ?

FIN CATÉGORIES **L1, GP**

17 - UN TRIANGLE DANS UN CUBE (coefficient 17)
On inscrit un triangle dans un cube d'arête 8 cm de telle sorte que :
• le point A coïncide avec un sommet du cube ;
• les points B et C soient situés à la surface du cube ;
• le centre de gravité du triangle coïncide avec celui du cube.
Quelle est, au maximum, l'aire du triangle ABC ?
On pourra prendre si besoin est 1,414 pour $\sqrt{2}$; 1,732 pour $\sqrt{3}$; 2,236 pour $\sqrt{5}$. On arrondira éventuellement le résultat au mm^2 le plus proche.

18 - DANS LE SENS DE LA LARGEUR (coef. 18)
On couvre complètement un rectangle de longueur 2009 cm et de largeur 2 cm avec 2009 dominos de 1 cm sur 2 cm. Aucun domino ne doit sortir du rectangle ni empiéter sur un autre domino.
En considérant toutes les couvertures possibles du rectangle, quel est le pourcentage de dominos orientés dans le sens de la largeur du grand rectangle?
La réponse sera donnée en % et arrondie au dixième le plus proche. On pourra prendre si besoin est 1,414 pour $\sqrt{2}$; 1,732 pour $\sqrt{3}$; 2,236 pour $\sqrt{5}$.

FIN CATÉGORIES **L2, HC**