

# Foutentheorie

## Inleiding

Een fysische grootte is nooit exact te bepalen. Hoe nauwkeurig je meettoestel ook is, de werkelijke waarde ontglipt je steeds. Zo kan je bvb. de breedte van dit blad met een gewone meetlat opmeten en concluderen dat dit 210 mm is (**de gemeten waarde**), terwijl de **werkelijke waarde** bvb. 210,23 mm, of 209,883 mm of 210,11111123456 mm kan zijn. Deze onnauwkeurigheid is inherent aan het meettoestel, in dit geval onze meetlat. Je kan een nauwkeuriger toestel gebruiken, zoals een nonius, of zelfs een laser-interferometer, er zal altijd een onzekerheid overblijven. Die onzekerheid zal kleiner worden naarmate de nauwkeurigheid van het toestel groter wordt, maar hoe klein ook, er blijft altijd een onzekerheid. Die onzekerheid noemen we de **FOUT**.

## Absolute Fout (A.F.)

*Definitie:*

**De ABSOLUTE FOUT is de grootste afwijking die kan bestaan tussen de gemeten waarde en de werkelijke waarde.**

**Voert men slechts één meting uit, dan is de absolute fout één verdeling van het meettoestel.**

Metten we bvb. de breedte van dit blad met een gewone meetlat, dan is de absolute fout 1 mm, zijnde de kleinste onderverdeling op een normale meetlat.

*We noteren een meting met absolute fout als volgt : 210 mm ± 1 mm of*

*$l = 210 \text{ mm}$ ,  $AF = 1 \text{ mm}$ .*

**Opmerking: alleen grootte-orde van AF is van belang, nooit met méér dan één beduidend cijfer.**

Dus nooit  $76 \pm 1,2\text{mm}$  maar  $76 \pm 1 \text{ mm}$

Afronden dient te gebeuren op grootte-orde van de absolute fout.

Indien men de absolute fout wil verkleinen, moet men een nauwkeuriger meettoestel gebruiken.

Om dichter bij de werkelijke waarde te komen, kan men de metingen herhalen en een gemiddelde nemen. Hierdoor heffen de afwijkingen naar boven en naar beneden elkaar op. **Opgelet, de absolute fout blijft hierdoor ongewijzigd !!!**

## Procentuele fout (P.F.)

Een fout van 1 m op een meetwaarde van 2 m is een serieuze fout.

Een fout van 1 m op een meetwaarde 30000 km is een prachtige nauwkeurigheid.

Om dit onderscheid aan te duiden voeren we het begrip PROCENTUELE FOUT in.

**De procentuele fout (P.F.) op een meting met absolute fout A.F. (meting) is de verhouding van de meting met de absolute fout op de meting maal 100. In formule wordt dit :**

$$P.F.(meting) = \frac{AF(meting)}{meting} \cdot 100 \text{ percent}$$

*Voorbeeld:*

We hebben de breedte  $l$  van dit blad bepaald op 210 mm, met een absolute fout van 1 mm.

Dit geeft een procentuele fout van:

$$P.F. = \frac{1 \text{ mm}}{210 \text{ mm}} \cdot 100 = 0,5 \text{ percent}$$

Genoteerd als:

$$l = 210 \text{ mm}, A.F.(l) = 1 \text{ mm}, P.F.(l) = 0,5 \%$$

*Voorbeeld:*

Neem de metingen aan het begin van deze paragraaf:

$$\text{Meting 1 : } l_1 = 2 \text{ m, met A.F. } (l_1) = 1 \text{ m, dan is P.F. } (l_1) = 50\%$$

$$\text{Meting 2 : } l_2 = 30 \text{ km met A.F. } (l_2) = 1 \text{ m, dan is P.F. } (l_2) = 0,003 \%$$

## **Rekenregels**

We leiden de rekenregels af door middel van een eenvoudig voorbeeld.

Je hebt de lengte en breedte van een rechthoekje gemeten, met volgende resultaten :

$$L = 250 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm}, PF = 0,4 \%$$

$$B = 200 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm}, PF = 0,5 \%$$

We berekenen eerst de halve omtrek, gegeven door de som van de lengte en de breedte, en bekijken de grootst mogelijke afwijking:

$$\text{Grootst mogelijke waarde is } 251 \text{ mm} + 201 \text{ mm} = 452 \text{ mm}$$

$$\text{Som van de metingen is } L + B = 450 \text{ mm}$$

$$\text{Kleinst mogelijke waarde is } 249 \text{ mm} + 199 \text{ mm} = 448 \text{ mm}$$

Volgens de definitie is de grootst mogelijke afwijking tussen de gemeten waarde van  $L + B$  en de werkelijke waarde de absolute fout. De absolute fout op  $L+B$  is bijgevolg 2 mm, of de som van de absolute fouten.

**Conclusie: A.F. op een som is de som van de A.F. op de termen.**

$$\mathbf{A.F. (A + B) = A.F.(A) + A.F.(B)}$$

Bereken we achtereenvolgens het verschil tussen de lengte en de breedte ( $L-B$ ), dan is

$$\text{Kleinst mogelijke waarde} = 249 \text{ mm} - 201 \text{ mm} = 48 \text{ mm}$$

$$L-B = 50 \text{ mm}$$

$$\text{Grootst mogelijke waarde} = 251 \text{ mm} - 199 \text{ mm} = 52 \text{ mm}$$

Met andere woorden, de grootst mogelijke afwijking tussen de gemeten waarde van  $L + B$  en de werkelijke waarde is 2 mm, of ook hier, de som van de absolute fouten.

**Conclusie: A.F. op een verschil is de som van de A.F. op de termen.**

$$\mathbf{A.F. (A-B) = A.F.(A) + A.F.(B)}$$

Berekenen we nu de oppervlakte (L x B).

Kleinst mogelijke waarde = 249 mm x 199 mm = 49551 mm<sup>2</sup>

L x B = 50000 mm<sup>2</sup>

Grootst mogelijke waarde is 251 mm x 201 mm = 50451 mm<sup>2</sup>

Grootst mogelijke afwijking (AF) op LxB is 50451 mm<sup>2</sup> - 50000mm<sup>2</sup> = 451 mm<sup>2</sup>

PF op LxB = 451mm<sup>2</sup> x 100 / 50000 mm<sup>2</sup> = 0,9 %

Of, anders gezegd, PF (LxB) = PF(L) + PF(B).

**Conclusie: P.F. op een product is de som van de P.F. op de termen.**

**P.F. (A x B) = P.F.(A) + P.F.(B)**

Hoeveel maal is het papier meer lang dan breed ? Daartoe nemen we de verhouding L/B.

Kleinst mogelijke waarde = 249 mm / 201 mm = 1,239

L / B = 1,250

Grootst mogelijke waarde is 251 mm / 199 mm = 1,261

Grootst mogelijke afwijking op L/B is 1,250 - 1,239 = 0,011

PF op LxB = 0,011 x 100/1,250 = 0,9 %

Of, anders gezegd, PF (L/B) = PF(L) + PF(B).

**Conclusie: P.F. op een quotiënt is de som van de P.F. op de termen.**

**P.F. (A / B) = P.F.(A) + P.F.(B)**

## Verdere afgeleide rekenregels foutentheorie

Indien we een gemeten grootheid moeten vermenigvuldigen met een exact getal, dan is de absolute fout op dat product gelijk aan het product van de absolute fout met dat exact getal. Redenering hierachter is dat een product van een grootheid met een exact getal hetzelfde is als die grootheid een aantal maal optellen bij zichzelf.

**Dus, als C een exact getal is, en X is een gemeten grootheid met AF a, dan is AF(CX) = C · AF(X).**

Een analoge redenering brengt ons bij de rekenregels voor een machtverheffing:

**Als X een gemeten grootheid is met PF b, dan is PF(X<sup>n</sup>) = n · PF(X)**

## Oefeningen foutentheorie:

De tijd van een hardloper wordt gemeten met een chronometer die kan meten tot op één honderste seconde. Hij loopt de afstand op 23,45 seconde. Geef de absolute en procentuele fout.

De afstand tussen de kerktorens van twee dorpen is bepaald op 15 300 m, met een maximale afwijking van 1 %. Bepaal de absolute fout op de meting.

De lengte van een perceel grond wordt gemeten op 200m, de breedte op 75 m. De metingen werden uitgevoerd met een maximale afwijking van 1m.

- Bepaal de procentuele fouten op de metingen.
- Bereken de omtrek van het perceel, en bepaal op deze omtrek zowel de absolute als procentuele fout.
- Bereken de oppervlakte van het perceel, en bepaal ook hier de absolute en de procentuele fout.

Het volume van de inhoud van een maatglas wordt bepaald op 75 cl., tot op 1 ml. exact. Het gewicht van het maatglas bedraagt 50 g, bepaald met absolute fout van 1 mg. Het maatglas wordt gevuld tot de rand met een niet nader bepaalde vloeistof. Het gewicht van het maatglas en de vloeistof wordt bepaald op 780 g, met een nauwkeurigheid van 1 mg.

Bepaal de massadichtheid van de vloeistof en de absolute en procentuele fout hierop.