

(Moeilijke) vraag over voorwaardelijke kansen (v8367)

Een aantal kinderen met hun ouders nemen deel aan een groepswandeling.

Zestig percent van de deelnemers is een kind, de rest zijn volwassenen.

Van de volwassenen draagt **vijftien percent** een hoofddekseel.

Van al diegenen die een hoofddekseel dragen is **dertig percent** een volwassene.

Hoeveel procent van de kinderen draagt een hoofddekseel ?

- A. 15%
- B. 20%
- C. 23,333... %
- D. 25%
- E. 30%

Oplossing :

Uit de gegevens blijkt :

$$\begin{aligned} P(V) &= 0,4 & P(K) &= 0,6 \\ P(V|H) &= 0,3 & P(K|H) &= 0,7 \\ P(H|V) &= 0,15 \end{aligned}$$

$V = \text{"is een volwassene"}$ $K = \text{"is een kind"}$ $H = \text{"draagt een hoofddekseel"}$
--

1^{ste} manier :

Degenen die een hoed (H) dragen zijn ofwel volwassen (V) of een kind (K).

$$\text{Vandaar } P(H) = P(H \cap V) + P(H \cap K) = P(V) \cdot P(H|V) + P(K) \cdot P(H|K)$$

$$= 0,4 \cdot 0,15 + P(H) \cdot 0,7 \Rightarrow 0,3 \cdot P(H) = 0,06 \Rightarrow P(H) = 0,2 \text{ (20\%)}$$

Wat nu moet berekend worden is $P(H|K)$ wat voorkomt in de productregel

$$P(H \cap K) = P(K) \cdot P(H|K)$$

$$\Leftrightarrow 0,2 \cdot 0,7 = 0,6 \cdot P(H|K)$$

$$\Leftrightarrow P(H|K) = 0,14 : 0,6 = 7/30 = 23,33\%.$$

2^{de} manier : Met de regel van Bayes :

$$P(V|H) = \frac{P(V) \cdot P(H|V)}{P(V) \cdot P(H|V) + P(K) \cdot P(H|K)}$$

$$\Rightarrow 0,3 = \frac{0,4 \cdot 0,15}{0,4 \cdot 0,15 + 0,6 \cdot P(H|K)}$$

$$\Leftrightarrow 0,3 = \frac{0,06}{0,06 + 0,6 \cdot P(H|K)}$$

$$\Leftrightarrow 0,3 = \frac{1}{1 + 10 \cdot P(H|K)}$$

$$\Leftrightarrow 1 = 0,3 + 3 \cdot P(H|K)$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot P(H|K) = 0,7$$

$$\Leftrightarrow P(H|K) = \frac{0,7}{3} = \frac{7}{30} = 23,33\%.$$

$$P(K|H) = \frac{P(K) \cdot P(H|K)}{P(V) \cdot P(H|V) + P(K) \cdot P(H|K)}$$

$$\Rightarrow 0,7 = \frac{0,6 \cdot P(H|K)}{0,4 \cdot 0,15 + 0,6 \cdot P(H|K)}$$

$$\Leftrightarrow 0,7 = \frac{0,6 \cdot P(H|K)}{0,06 + 0,6 \cdot P(H|K)}$$

$$\Leftrightarrow 0,7 = \frac{60 \cdot P(H|K)}{6 + 60 \cdot P(H|K)}$$

$$\Leftrightarrow 60 \cdot P(H|K) = 4,2 + 42 \cdot P(H|K)$$

$$\Leftrightarrow 18 \cdot P(H|K) = 4,2$$

$$\Leftrightarrow P(H|K) = \frac{4,2}{18} = \frac{42}{180} = \frac{7}{30} = 23,33\%.$$

of

3^{de} manier :

“Kies” 40 volwassenen en 60 kinderen.

6 = $\#(V \cap H)$ want 6 is 15% van 40

Dus $40 - 6 = 34$ volwassenen die geen hoofddeksel dragen

$\#H = 20$ want 6 is 15% van 20

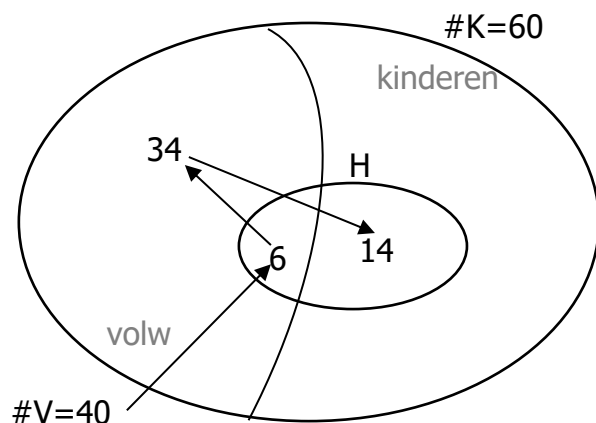
Dus $\#(H \cap K) = 20 - 6 = 14$

Lees nu af uit het schema :

14 van de 60 kinderen draagt

een hoofddeksel :

$$\frac{14}{60} = \frac{7}{30} = 23,33\%$$



4^{de} manier :

(Deze manier is grotendeels geïnspireerd op de oplossing die Pieter Huyck uit Dendermonde mij heeft toegezonden)

Uit de boomdiagram leiden we af :

$$\begin{aligned} P(H) &= P(H \cap V) + P(H \cap K) \\ &= 0,15 \cdot 0,4 + x \cdot 0,6 \\ &= 0,06 + 0,6 \cdot x \end{aligned}$$

Uit de voorwaardelijke kans

$$P(V|H) = \frac{P(V \cap H)}{P(H)} \text{ volgt dan dat}$$

$$0,3 = \frac{0,06}{0,06 + 0,6x} \Leftrightarrow 0,3 = \frac{6}{6 + 60x} \Leftrightarrow 1,8 + 18x = 6 \Leftrightarrow 18x = 4,2 \Leftrightarrow x = \frac{4,2}{18} = 0,2333... \approx 23,33\%$$

